Absteckung von Kurven

Bearbeitet
von
Günter Böhm
Jng. (grad)
Friedrichshafen
1977

Aus der Vielzahl der Möglichkeiten zur Herstellung von Kurven, sollen diese ausgewählten Beispiele einige Methoden verständlich darlegen, als Anleitung dienen und Grundsätzliches vermitteln helfen.

*

Selbst erfinden ist schön,
doch glücklich von andern Gefundenes
fröhlich erkannt und geschätzt,
nennst du dies weniger dein?

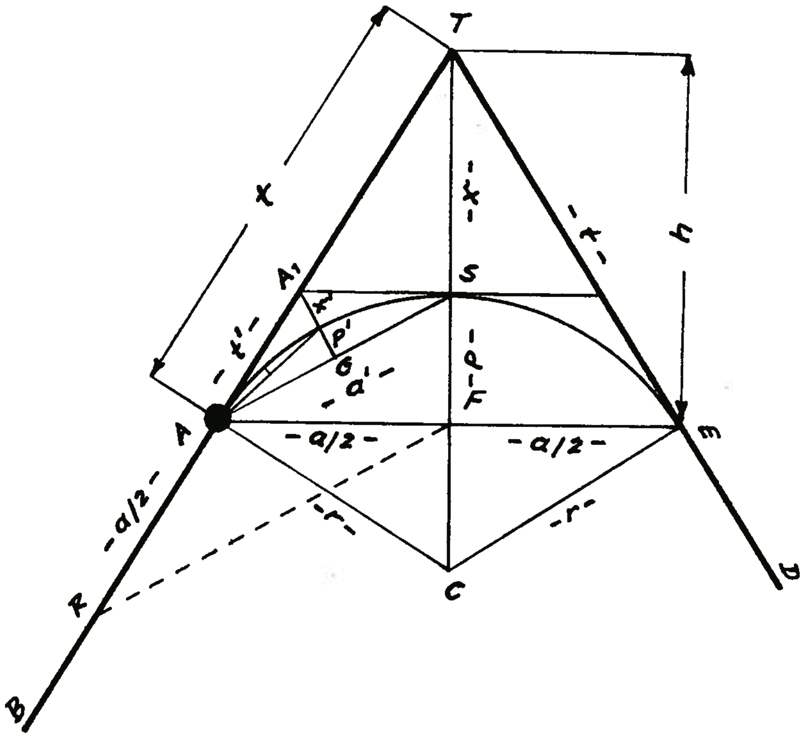
Inhaltsverzeichnis

Alle gegebenen Elemente sind in den Zeichnungen stärker dargestellt.
Die Zeichnungen sind nicht maßstäblich und nur als Darstellungsskizzen zu betrachten.

A. Tangentenschnitt und Kreismittelpunkt sind zugänglich

1. Absteckung ohne Instrument, r beliebig

Gegeben : Anfangspunkt A, Tangenten TB,TD
Gesucht : r, E, S, u (Kurvenlänge)
Gemessen: $\overline{TA} = t = 70{,}00$ m
$\overline{TE} = t = 70{,}00$ m
$\overline{AE} = a = 121{,}19$ m
$\overline{FT} = h = x + p = 35{,}05$ m



Die Dreiecke TRF und TAS sind ähnlich. Somit bestehen folgende Proportionen :

a) $x : h = t : (t + \frac{a}{2})$

b) $p : h = \frac{a}{2} : (t + \frac{a}{2})$

$$\text{zu a)}\quad x = \frac{h \cdot 2t}{2t + a} = \overline{TS}$$

$$\text{zu b)}\quad p = \frac{h \cdot a}{2t + a} = \overline{FS}$$

1. $\boxed{x = h \dfrac{2t}{2t + a}}$ $\qquad x = 35{,}05 \dfrac{140{,}00}{261{,}19} = 18{,}79 \text{ m}$

2. $\boxed{p = h \dfrac{a}{2t + a}}$ $\qquad p = 35{,}05 \dfrac{121{,}19}{261{,}19} = 16{,}26 \text{ m}$

3. $\boxed{\begin{array}{l} h = x + p \\ \text{Kontrolle} \end{array}}$ $\qquad h = 18{,}79 + 16{,}26 = 35{,}05 \text{ m}$

Somit sind drei Punkte der Kurve, Anfang, Ende und Scheitel mathematisch genau bestimmt.

4. $\boxed{r = \dfrac{a \cdot t}{2 \cdot h}}$ $\qquad r = \dfrac{121{,}19 \cdot 70{,}00}{70{,}10} = 121{,}02 \text{ m}$

5. $\boxed{u = a + \dfrac{2t - a}{3} - \left(\dfrac{2t - a}{3}\right)^2 \dfrac{1}{t}}$ $\qquad = \text{Kurvenlänge}$

$$u = 121{,}19 + \frac{18{,}81}{3} - \left(\frac{18{,}81}{3}\right)^2 \frac{1}{70{,}00} = 126{,}90 \text{ m}$$

Weitere Kurvenpunkte erhält man, wenn dasselbe Verfahren noch einmal auf den Kurvenzweigen $\overline{SA}$ und $\overline{SE}$ angewendet wird, wo dann aus $\overline{SA} = a'$ und $\overline{AA_1} = t'$ neue Werte für p' entstehen und abgesteckt werden können. Analog auf der anderen Seite verfahren.

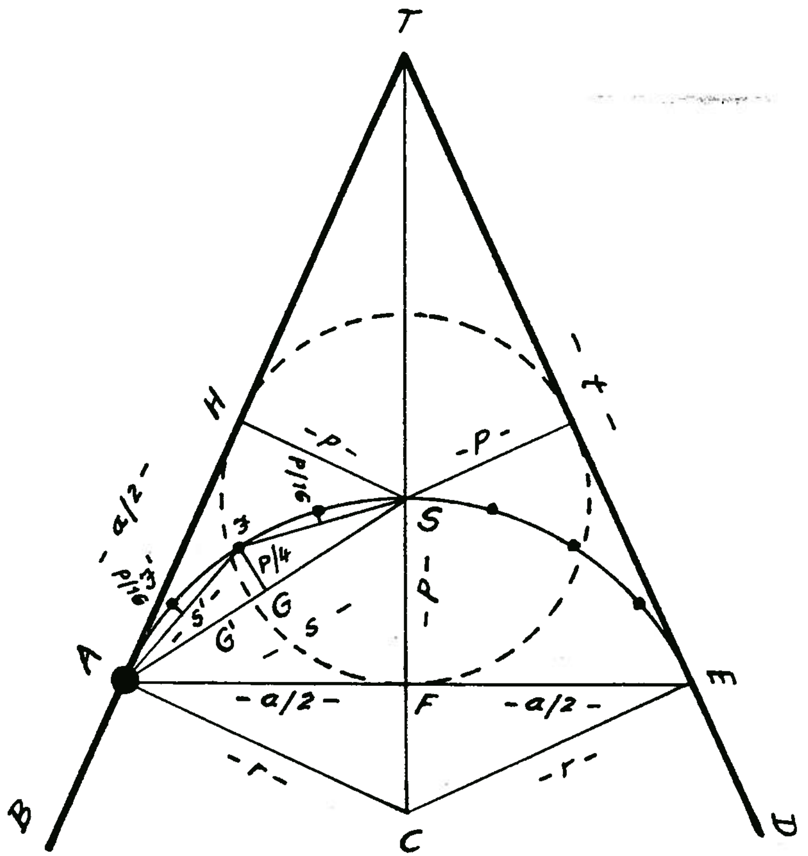
(Siehe Seite 10 und 11 Kurvenkleinpunkte)

2. Absteckung ohne Instrument, Radius beliebig

Viertelmethode

Einfacher und schneller, besonders bei flachen Bögen, meist hinreichend genau, ist die Viertelmethode.

Gegeben : Anfangspunkt A, Tangenten TB u. TD
Gesucht : S, E, r, Kurvenkleinpunkte
Gemessen: $\overline{TA}$ = t = 70,00 m
$\overline{TE}$ = t = 70,00 m
$\overline{AE}$ = a = 121,19 m

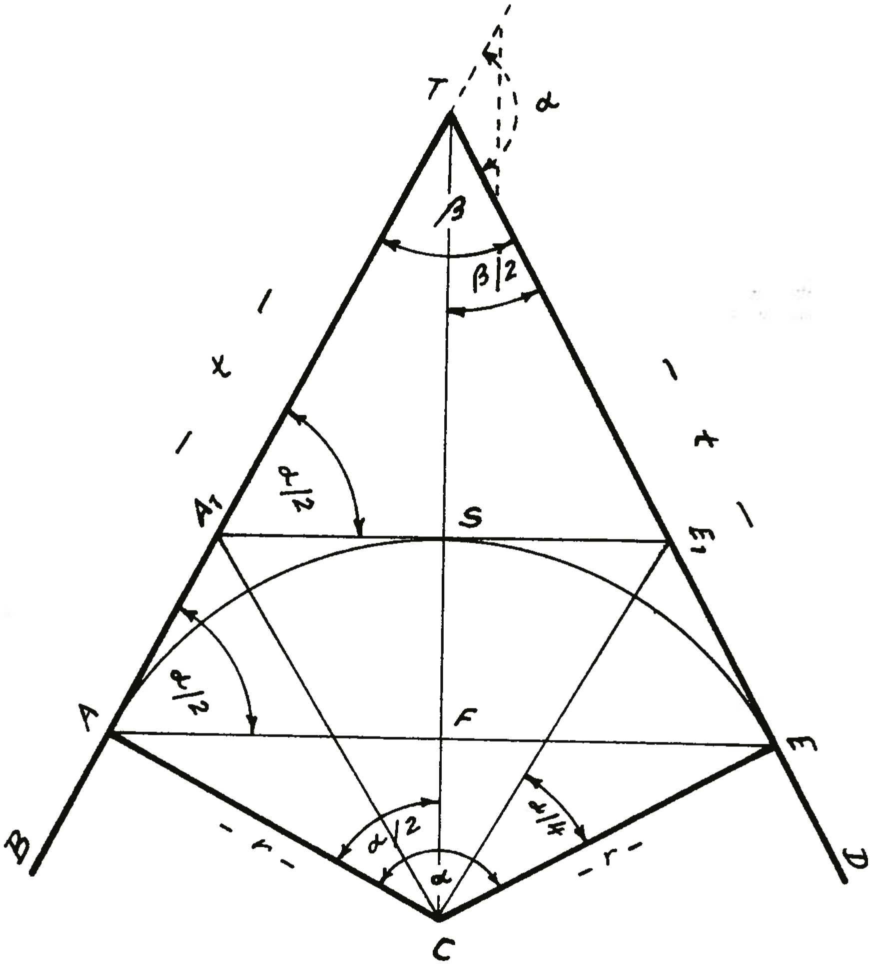


Arbeitsgang:

1. Schnittpunkt T aus Tangenten TB und TD bilden.
2. $\overline{AT}$ messen und auf $\overline{TD}$ abtragen. E ist gefunden.
3. $\overline{AE}$ messen und halbieren $= \frac{a}{2}$ (F).
4. In F Senkrechte errichten.
5. $\frac{a}{2}$ auf der Tangente TB von A abtragen (H).
6. In H Senkrechte errichten und mit der Senkrechten von F zum Schnitt bringen (S).
7. $\overline{HS} = \overline{FS} = p$ (Inkreis)
8. p messen (Im Beispiel 16,26 m gemessen)
9. $\overline{AS} = s$ messen und halbieren (G). Entsprechend auf der anderen Seite verfahren.
10. A, E, S sind mathematisch genaue Kurvenpunkte.
11. In G Senkrechte mit $\frac{p}{4}$ $(\frac{16,26}{4}) = 4{,}06$ m errichten.
12. $\overline{AJ} = s'$ messen und halbieren (G'). Entsprechend auf der anderen Seite verfahren.
13. In G' Senkrechte errichten und vom vorherigen $\frac{p}{4}$ den 4. Teil $(\frac{4,06}{4}) = 1{,}02$ m abtragen. Analog auf der anderen Seite verfahren.
14. Nach Bedarf $\frac{1,02}{4} = 0{,}26$m, $\frac{0,26}{4} = 0{,}07$ m.
15. Alle weiteren Kurvenpunkte, außer A, E, und S, sind nicht mehr mathematisch genau.
16. $\boxed{r = \frac{s^2}{2p}} = \frac{62{,}74^2}{32{,}52} = 121{,}04$ m

3. Absteckung mit Instrument, Radius gegeben

Gegeben : r = 12oo m, Tangenten TB u. TD
Gesucht : A, E, S, u, Kurvenkleinpunkte
Gemessen : β = 129,2422^g (2 Lagen)



Ableitung: / **Berechnung:**

1. $\boxed{\frac{\alpha}{2} = 100^g - \frac{\beta}{2}}$ $= 35{,}3789^g$

$tg\,\frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{AT}}{r}$

2. $\boxed{\overline{TA} = \overline{TE} = r \cdot tg\,\frac{\alpha}{2}}$ $= 745{,}22$ m

$\overline{TA}$ von T aus abgesetzt ergibt Kurvenanfang und Kurvenende (A und E).

$tg\,\frac{\alpha}{4} = \frac{\overline{AA_1}}{r}$

3. $\boxed{\overline{AA_1} = \overline{EE_1} = r \cdot tg\,\frac{\alpha}{4}}$ $= 342{,}29$ m

Von A und E werden $\overline{AA_1}$ und $\overline{EE_1}$ abgesetzt. Es wird $\overline{A_1E_1}$ gemessen und halbiert, somit ist S gefunden ($\overline{A_1E_1}$ = 684,61 m gemessen).

Als Kontrolle wird $\overline{TS}$ gemessen und berechnet.

4. $\boxed{\overline{TS} = \overline{A_1S} \cdot tg\,\frac{\alpha}{2}}$ $= 212{,}60$ m gemessen
$= 212{,}57$ m berechnet

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{TS}}{\overline{A_1T}}$

5. $\boxed{\overline{TA_1} = \overline{TE_1} = \frac{\overline{TS}}{\sin\frac{\alpha}{2}}}$ $= 402{,}93$ m

$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{r}{\overline{TC}}$

6. $\boxed{\overline{TC} = \frac{r}{\cos\frac{\alpha}{2}}}$ $= 1412{,}57$ m

Kontrolle

7. $\boxed{\overline{AA_1} + \overline{TA_1} = \overline{TA}}$ $= 745{,}22$ m
$\boxed{\overline{TS} + r = \overline{TC}}$ $= 1412{,}57$ m

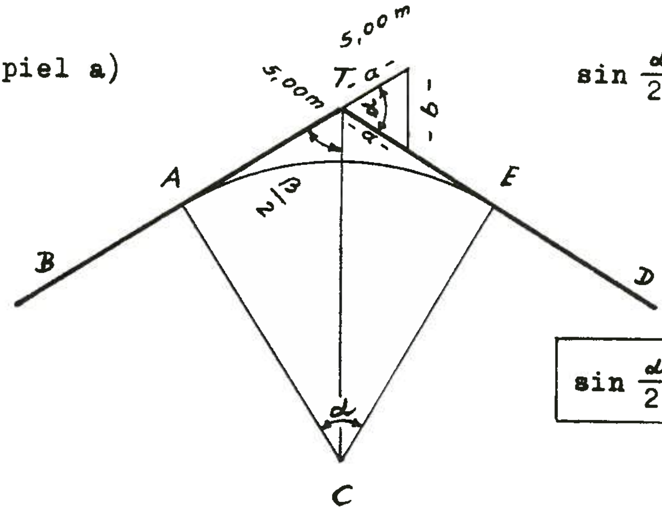
8. $\boxed{u = r \cdot \pi\,\frac{\alpha^g}{200^g}}$ $= 1333{,}75$ m

9. Berechnung weiterer Kurvenkleinpunkte siehe Seite 10 und 11.

4. Zentriwinkel ohne Instrument

Auch ohne Instrument läßt sich der Zentriwinkel bestimmen, wenn in der Örtlichkeit die Richtung der Tangenten TB und TD gegeben ist.

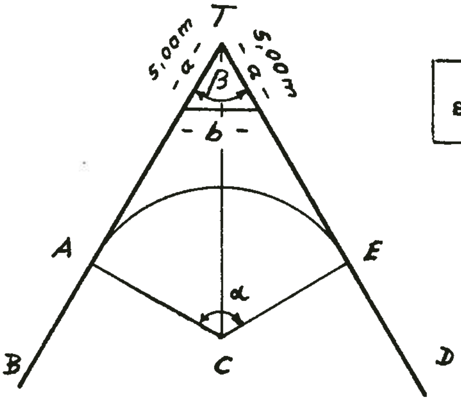
Beispiel a)



$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{b}{2a}$$

$$\boxed{\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{b}{10}}$$

Beispiel b)



$$\boxed{\sin \frac{\beta}{2} = \frac{b}{10}}$$

Das Hilfsdreieck ist dort zu wählen, wo die Strecke b am günstigsten zu messen ist. Es werden $\alpha/2$ bzw. $\beta/2$ berechnet.

Arbeitsgang:

1. Die Tangente TB (Beispiel a) verlängern und von T genau 5,oo m in der Verlängerung abstecken.

2. Auf der Tangente TD ebenfalls 5,oo m abstecken.

3. b messen (so genau wie möglich).

4. $\frac{b}{1o}$ = Sinusfunktion von $\frac{\alpha}{2}$.

Dieser Zentriwinkel ist gegenüber der Winkelmessung natürlich ungenau, liefert jedoch bei kleinen Radien durchaus brauchbare Kurvenkleinpunkte, die den Zweck erfüllen können.

Beispiel 1: (großer Radius)

Gegeben : Tangenten TB und TD, r = 12oo m
Gesucht : A, E, Kurvenkleinpunkte
Gemessen: b = 5,275 m

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{5{,}275}{1o} = o{,}5275$$

$$\frac{\alpha}{2} = 35{,}3741^g$$

Vergleich

mit Instrument (s. S. 6 u. 7)		ohne Instrument	
$\frac{\alpha}{2}$	$= 35{,}3789^g$	$\frac{\alpha}{2}$	$= 35{,}3741^g$
$\overline{TA}$	= 745,22 m	$\overline{TA}$	= 745,1o m
$\overline{AA}_1$	= 342,29 m	$\overline{AA}_1$	= 342,24 m
u	= 1333,75 m	u	= 1333,57 m

Rechengang wie in vorherigen Beispielen ausführen.

Beispiel 2: (kleiner Radius)

Gegeben : $\overline{TB}$, $\overline{TD}$, r = 35o m
Gesucht : A, E, Kurvenkleinpunkte
Gemessen: b = 5,275 m

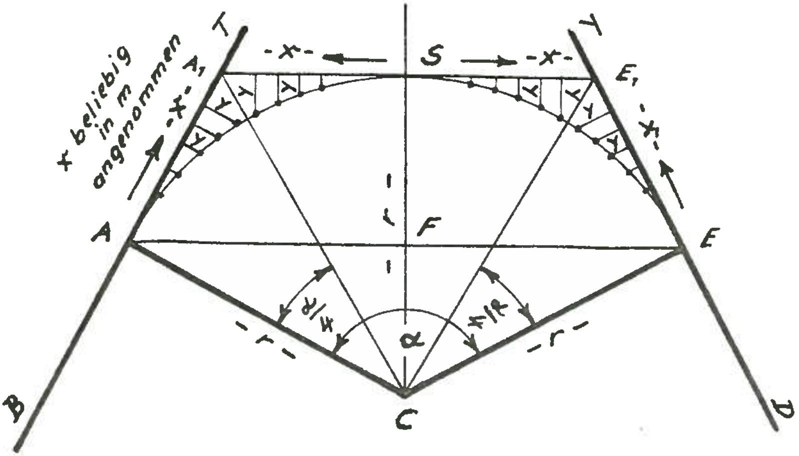
Vergleich

mit Instrument		ohne Instrument	
$\frac{\alpha}{2}$	$= 35{,}3789^g$	$\frac{\alpha}{2}$	$= 35{,}3741^g$
$\overline{TA}$	= 217,36 m	$\overline{TA}$	= 217,32 m
$\overline{AA}_1$	= 99,84 m	$\overline{AA}_1$	= 99,82 m
u	= 389,o1 m	u	= 388,96 m

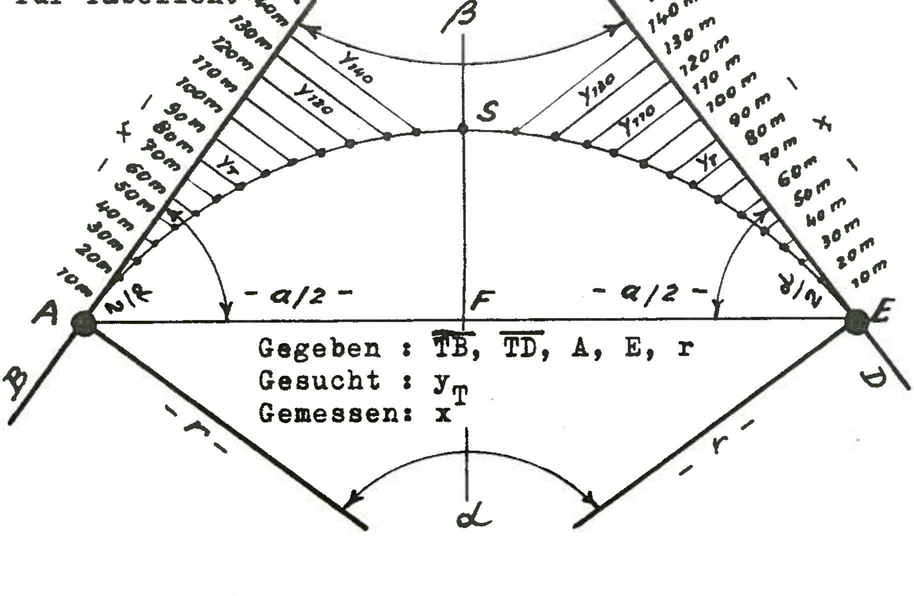
Rechengang wie in vorherigen Beispielen ausführen.

B. Kurvenkleinpunkte

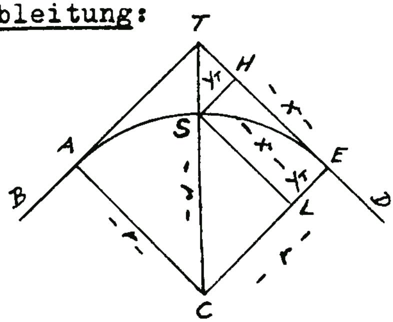
Die Absteckung der Hauptpunkte A, E, S genügt selten. Es wird nötig sein, hierzwischen im Abstand von wenigen Metern Kurvenkleinpunkte einzufügen, wie sie bei der Kurve unerläßlich sind.



Diese Kleinpunktsabsteckung beginnt man am einfachsten von der Tangente aus in A,E auch S nach rechtwinkligen Koordinaten mit runden Abszissenmaßen, z.B. x = 1o, 2o, 3o m usw., entsprechenden Ordinaten y_T, die berechnet werden. Natürlich gibt es dafür Tabellen.



Ableitung:



$$y_T = \overline{HS} = \overline{CE} - \overline{CL}$$

$$\overline{CL} = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$1. \quad \boxed{y_T = r - \sqrt{r^2 - x^2}}$$

Mathematisch nicht genaue Kurvenkleinpunkte erzielt man mit der Näherungsformel, wobei x wieder ein beliebig angenommener Abzsissenwert ist.

$$2. \quad \boxed{y_T = \frac{x^2}{2r}}$$

Beispiel 1:

Gegeben : r = 25o m, Tangenten TB, TD, A, E, S
Gesucht : Kurvenkleinpunkte y_T (Formel 1)

$$y_{1o} = 25o - \sqrt{25o^2 - 1o^2} = o,2o \text{ m}$$
$$y_{2o} = 25o - \sqrt{25o^2 - 2o^2} = o,8o \text{ m}$$
$$y_{3o} = 25o - \sqrt{25o^2 - 3o^2} = 1,81 \text{ m}$$
$$y_{4o} = 25o - \sqrt{25o^2 - 4o^2} = 3,22 \text{ m}$$

usw.

Beispiel 2:

Gegeben : r = 42o m
Gesucht : A, E, S, y_T für Abzsissen von 1o zu 1o m
Gemessen: β = 143,2117^g

siehe Seite 6 und 7

1. $\alpha/2$ = 28,3942^g	3. $\overline{AA}_1$ = 95,25 m	5. $\overline{TA}_1$ = 1o5,57 m
2. $\overline{TA}$ = 2oo,82 m	4. $\overline{TS}$ = 45,54 m	6. $\overline{TC}$ = 465,54 m

$$y_{1o} = 42o - \sqrt{42o^2 - 1o^2} = o,12 \text{ m} \qquad y_{5o} = 2,99 \text{ m}$$
$$y_{2o} = 42o - \sqrt{42o^2 - 2o^2} = o,48 \text{ m} \qquad y_{6o} = 4,31 \text{ m}$$
$$y_{3o} = 42o - \sqrt{42o^2 - 3o^2} = 1,o7 \text{ m} \qquad y_{7o} = 5,87 \text{ m}$$
$$y_{4o} = 42o - \sqrt{42o^2 - 4o^2} = 1,91 \text{ m} \qquad y_{8o} = 7,69 \text{ m}$$

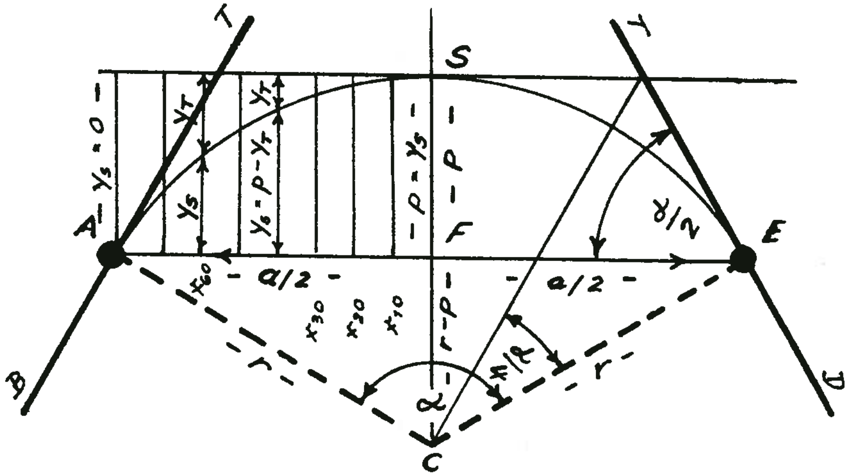
usw. oder Kurventabelle

C. Tangentenschnitt und Kreismittelpunkt sind nicht zugänglich

1. Absteckung ohne Instrument, Radius gegeben Sehnenmethode

Eine Absteckung von der Sehne aus, vom Punkt F nach außen hin ist möglich, wenn man die Tangentenordinaten y_T von der Pfeilhöhe p subtrahiert und y_S absteckt. Errechnung von y_T s. S. 1o und 11 oder Kurventabelle.

Gegeben : r = 1oo m, A, E
Gesucht : Kurvenkleinpunkte, Kurvenlänge
Gemessen: $\overline{AE}$ = a = 167,oo m
$\overline{AE}$ bei der Messung halbieren (F)



$$\boxed{\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{a}{2\,r}} \quad 1.$$

$$\boxed{tg\,\frac{\alpha}{4} = \frac{2\,p}{a}} \quad 2.$$

$$\boxed{p = r\,(1 - \cos\frac{\alpha}{2}) = \frac{a}{2}\,tg\,\frac{\alpha}{4} = 2r\cdot\sin^2\frac{\alpha}{4}} \quad 3.$$

$$\boxed{r = \frac{a^2}{8p} + \frac{p}{2}} \quad 4.$$

$$\boxed{u = \frac{r\cdot\pi\cdot\alpha^g}{200^g}} \quad 5.$$

$$\boxed{y_S = p - y_T} \quad 6.$$

<u>Beispiel 1:</u>

zu 1. $\frac{\alpha}{2} = \frac{167}{200} \qquad = 62,9065^g$

zu 3. $p = 100\ (1 - 0,55025) \qquad = 44,98\ \text{m}$

zu 5. $u = \frac{100 \cdot 3,14 \cdot 125,8130}{200} \qquad = 197,53\ \text{m}$

In F wird p als Senkrechte abgesteckt, somit ist der erste Kurvenpunkt festgelegt.

zu 6. $p = 44,98\ \text{m} \qquad y_S = p - y_T$

bei	x_{10}	ist	$y_T = 0,50$ m	$y_S = 44,48$ m
"	x_{20}	"	$y_T = 2,02$ m	$y_S = 42,96$ m
"	x_{30}	"	$y_T = 4,61$ m	$y_S = 40,37$ m
"	x_{40}	"	$y_T = 8,35$ m	$y_S = 36,63$ m
"	x_{50}	"	$y_T = 13,40$ m	$y_S = 31,58$ m
"	x_{60}	"	$y_T = 20,00$ m	$y_S = 24,98$ m
"	x_{70}	"	$y_T = 28,59$ m	$y_S = 16,39$ m
"	x_{80}	"	$y_T = 40,00$ m	$y_S = 4,98$ m

<u>Beispiel 2:</u>

Gegeben : A, E, p = 45,00 m
Gesucht : r, Kurvenkleinpunkte, Kurvenlänge
Gemessen: $\overline{AE}$ = 167,00 m

zu 2. $\frac{2 \cdot 45}{167} \qquad = \frac{\alpha}{4} = 31,4680^g$

zu 4. $\frac{167^2}{8 \cdot 45} + \frac{45}{2} \qquad = r = 99,97\ \text{m}$

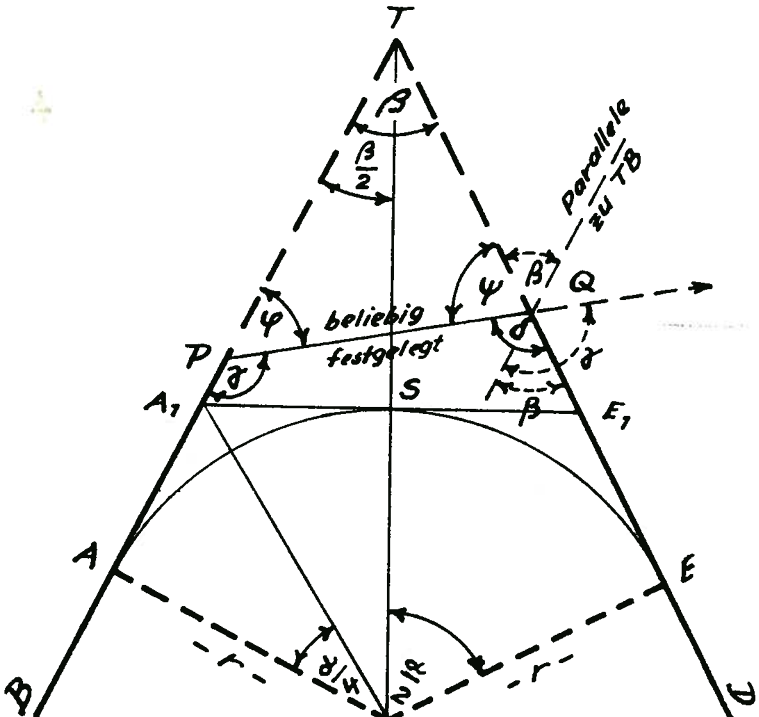
zu 5. $\frac{100 \cdot 3,14 \cdot 125,8720}{200} = u = 197,62\ \text{m}$

Errechnung der Kurvenkleinpunkte wie vorher oder Kurventabelle.

2. Absteckung mit Instrument, Radius gegeben

Gegeben : Tangenten TB und TD, Radius
Gesucht : A, E, S, Kurvenkleinpunkte
Gemessen : $\overline{PQ}$, γ, δ

Da Winkel β nicht meßbar, nahe S Hilfslinie $\overline{PQ}$ festlegen.



Ableitung:
Parallele zu $\overline{TB}$ durch Q denken. Dann sind :

$$200^g = (\gamma + \delta) - \beta$$

1. $$\boxed{\beta = (\gamma + \delta) - 200^g}$$

Aus Dreieck TPQ
a) $\sin\beta : \sin\varphi = \overline{PQ} : \overline{TQ}$
b) $\sin\beta : \sin\psi = \overline{PQ} : \overline{TP}$

$\sin\gamma = \sin\varphi$ und $\sin\delta = \sin\psi$

$\sin\varphi = \sin\,(200^g - \varphi)$!!

	Tangente TB:		Tangente TD:
2.	$\overline{TP} = \frac{\overline{PQ} \cdot \sin \delta}{\sin \beta}$		$\overline{TQ} = \frac{\overline{PQ} \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$
3.		$\frac{\alpha}{2} = 100^g - \frac{\beta}{2}$	
4.	$\overline{TA} = r \cdot tg \frac{\alpha}{2}$		$\overline{TE} = \overline{TA}$
5.	$\overline{AP} = \overline{TA} - \overline{TP}$		$\overline{EQ} = \overline{TE} - \overline{TQ}$
6.	$\overline{AA_1} = r \cdot tg \frac{\alpha}{4}$		$\overline{EE_1} = \overline{AA_1}$
		$\overline{AA_1} = \overline{A_1S} = \overline{E_1S} = \overline{EE_1}$	
7.	$\overline{A_1P} = \overline{AP} - \overline{AA_1}$	Zur Kontrolle $\overline{A_1E_1}$ messen u. halbieren.	$\overline{E_1Q} = \overline{EQ} - \overline{EE_1}$

A_1, E_1, von P bzw. Q und S bestimmen.

8.	$\overline{TA} = \overline{AA_1} + \overline{A_1P} + \overline{TP}$		$\overline{TE} = \overline{EE_1} + \overline{E_1Q} + \overline{TQ}$
9.		$\overline{A_1S} = \overline{TA_1} \cdot \sin \frac{\beta}{2}$	

Beispiel:

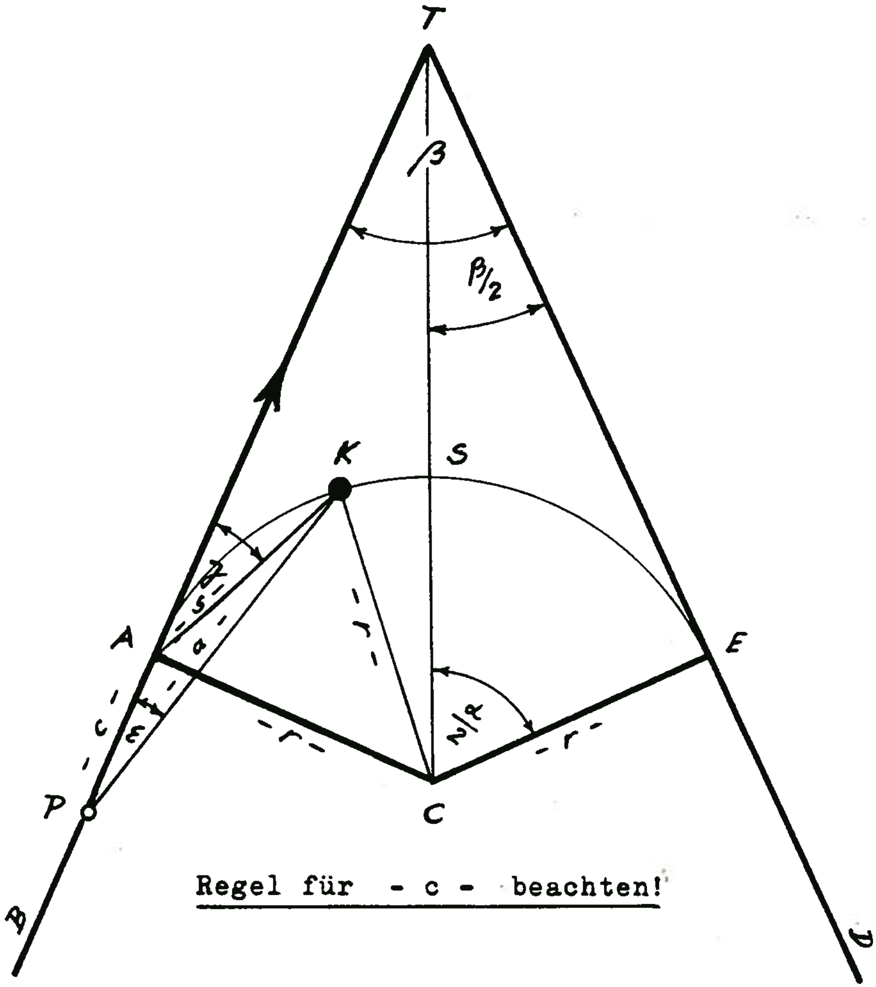
Gegeben : r = 300 m, Tangentenrichtung TB und TD
Gesucht : A, E, S, Kurvenkleinpunkte
Gemessen: $\delta = 129{,}3226^g$, $\gamma = 143{,}8256^g$, $\overline{PQ} = 278{,}14$ m

zu 1. $\beta = 73{,}1482^g$
zu 2. $\overline{TP} = 273{,}09$ m
$\overline{TQ} = 235{,}43$ m
zu 3. $\frac{\alpha}{2} = 63{,}4259^g$
zu 4. $\overline{TA} = 463{,}43$ m $= \overline{TE}$
zu 5. $\overline{AP} = 190{,}34$ m
$\overline{EQ} = 228{,}00$ m
zu 6. $\overline{AA_1} = 163{,}17$ m $= \overline{EE_1} = \overline{A_1S} = \overline{E_1S}$
zu 7. $\overline{A_1P} = 27{,}17$ m
$\overline{EQ} = 64{,}83$ m
zu 8. $\overline{TA} = 463{,}43$ m $= \overline{TE}$
zu 9. $\overline{A_1S} = 163{,}17$ m
10. = Berechnung der Kurvenkleinpunkte s. S. 10 u. 11 oder Kurventabelle

D. Kurve durch einen Punkt

Der Fall tritt oft ein, daß ein Kreisbogen mit gegebenem Radius durch einen vorhandenen Punkt (K) verlaufen muß.

Gegeben : Tangenten TB und TD, r, K
Gesucht : A, E, Kurvenkleinpunkte
Gemessen: $\overline{PK}$ = a, Winkel TPK = ε



Regel für - c - beachten!

Arbeitsgang:

1. Auf der Tangente TB ist Punkt P so festzulegen, daß er in der Nähe von A zu liegen kommt, soweit dies sich erkennen läßt.
2. Winkel TPK = ε messen.
3. Strecke $\overline{PK}$ = a messen.
4. Aus diesen gemessenen Elementen und r sind γ, s und c zu berechnen.

1. $\boxed{\sin\gamma = \sqrt{\dfrac{a \cdot \sin\varepsilon}{2r}}}$

2, $\boxed{s = 2r \cdot \sin\gamma}$

3. $\boxed{c = \dfrac{a \cdot \sin(\gamma - \varepsilon)}{\sin\gamma}}$

5. c abstecken und s als Kontrolle messen.
6. Kurvenkleinpunkte siehe S. 1o , 11 oder Tabelle

Regel für - c -
$\gamma - \varepsilon = +$; c von P in Pfeilrichtung abtragen.
$\gamma - \varepsilon = -$; c von P entgegen Pfeilrichtung abtragen.

Beispiel:

Gegeben : Tangenten TB und TD, K, r = 85o m
Gesucht : A, E, Kurvenkleinpunkte
Gemessen: $\overline{PK}$ = a = 124,16 m, $\varepsilon = 4{,}7444^g$

zu 1. $\gamma = 4{,}6988^g$
zu 2. s = 125,36 m
zu 3. c = - 1,21 m
c ist entgegen der Pfeilrichtung abzutragen.

Rechengang wie in vorherigen Beispielen ausführen.